

## Mathématiques

### Niveau moyen

### Épreuve 1

Mercredi 2 mai 2018 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

### Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 5]

Soit  $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ , où O est l'origine.  $L_1$  est la droite passant par A et B.

(a) Trouvez une équation vectorielle de  $L_1$ . [2]

(b) Le vecteur  $\begin{pmatrix} 2 \\ p \\ 0 \end{pmatrix}$  est perpendiculaire à  $\vec{AB}$ . Trouvez la valeur de  $p$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

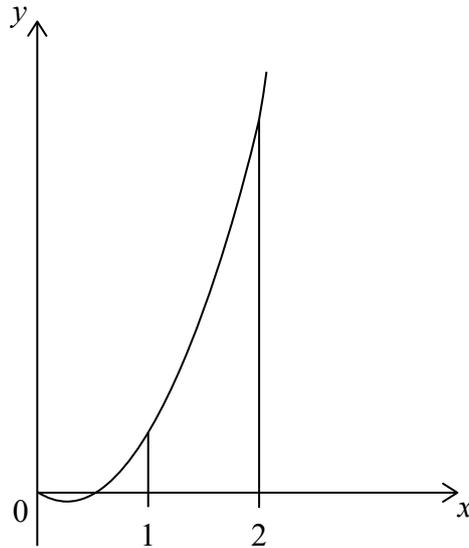
.....

.....



2. [Note maximale : 6]

Soit  $f(x) = 6x^2 - 3x$ . Le diagramme suivant montre la représentation graphique de  $f$ .



(a) Trouvez  $\int (6x^2 - 3x) dx$ . [2]

(b) Trouvez l'aire de la région délimitée par la représentation graphique de  $f$ , l'axe des abscisses et les droites  $x = 1$  et  $x = 2$ . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 6]

Un ensemble de données comprend  $n$  valeurs. La somme des valeurs est 800 et la moyenne est 20.

(a) Trouvez  $n$ . [2]

L'écart type de cet ensemble de données est 3. Chaque valeur de l'ensemble est multipliée par 10.

(b) (i) Écrivez la valeur de la nouvelle moyenne.

(ii) Trouvez la valeur de la nouvelle variance. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

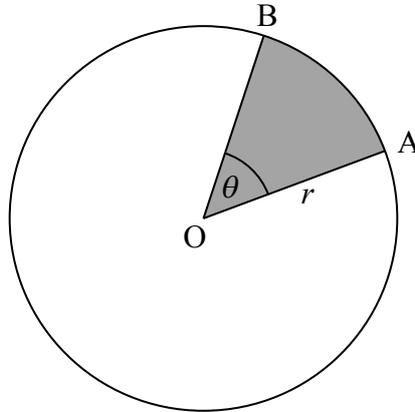
.....



4. [Note maximale : 7]

Le diagramme suivant montre un cercle de centre  $O$  et de rayon égal à  $r$  cm.

la figure n'est pas à l'échelle



Les points  $A$  et  $B$  sont situés sur la circonférence du cercle et  $\widehat{AOB} = \theta$ . L'aire du secteur grisé  $AOB$  est  $12 \text{ cm}^2$  et la longueur de l'arc  $AB$  est  $6 \text{ cm}$ .

Trouvez la valeur de  $r$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

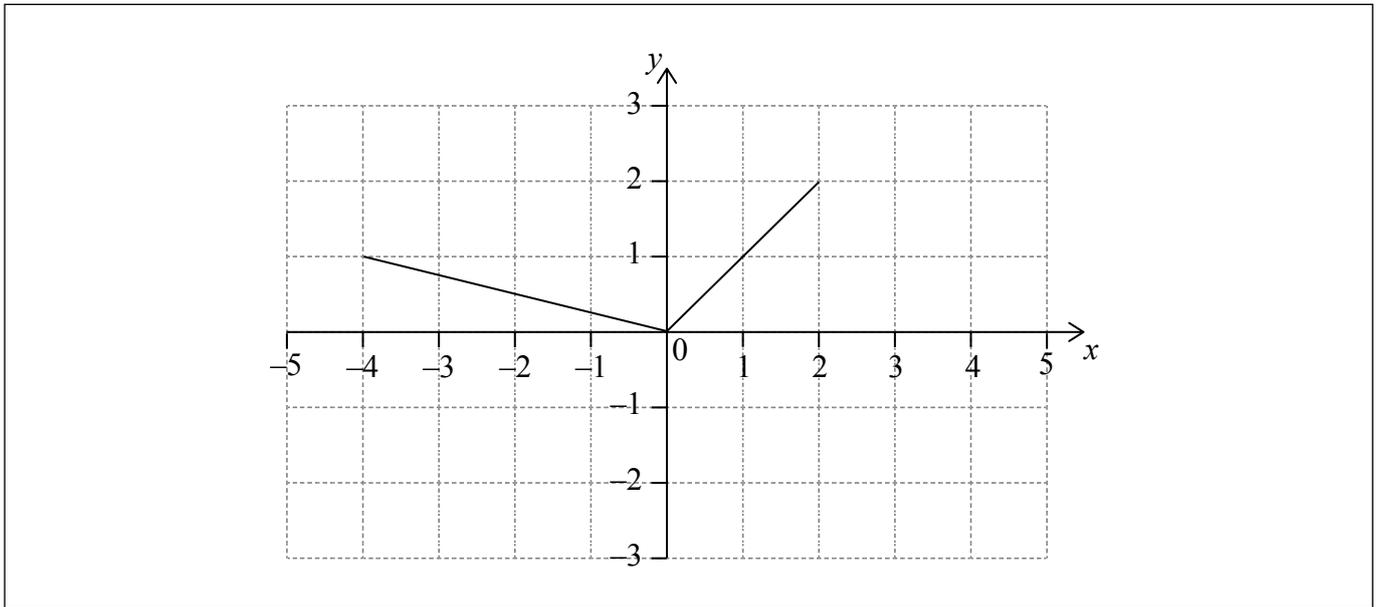


12EP05

Tournez la page

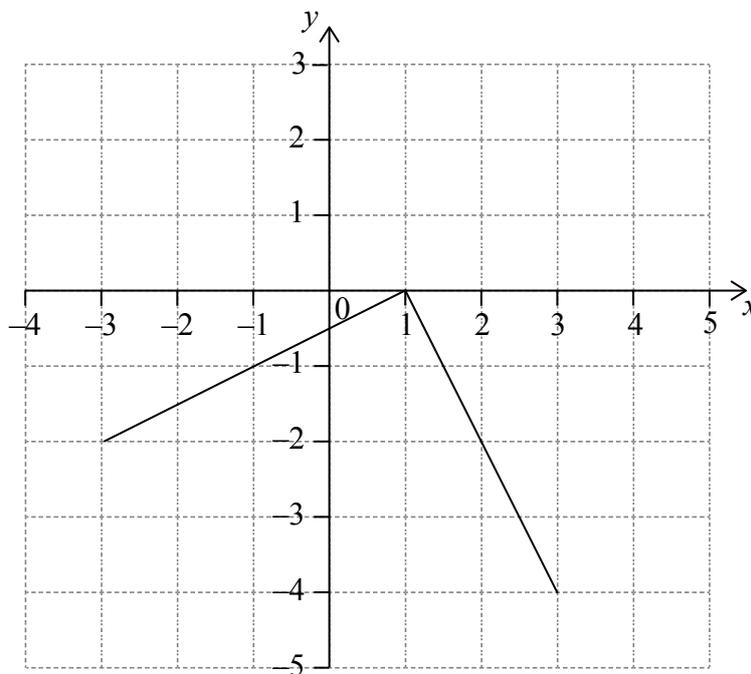
5. [Note maximale : 6]

Le diagramme suivant montre la représentation graphique d'une fonction  $f$ , pour  $-4 \leq x \leq 2$ .



(a) Sur ce même système d'axes, esquissez la représentation graphique de  $f(-x)$ . [2]

(b) Une autre fonction,  $g$ , peut s'écrire sous la forme  $g(x) = a \times f(x + b)$ . Le diagramme suivant montre la représentation graphique de  $g$ .



Écrivez la valeur de  $a$  et celle de  $b$ .

[4]

(Suite de la question à la page suivante)



12EP06

(Suite de la question 5)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP07

Tournez la page

6. [Note maximale : 7]

Soit  $f(x) = px^2 + qx - 4p$ , où  $p \neq 0$ . Trouvez le nombre de racines de l'équation  $f(x) = 0$ .  
Justifiez votre réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP08

7. [Note maximale : 8]

Une suite arithmétique est telle que  $u_1 = \log_c(p)$  et  $u_2 = \log_c(pq)$ , où  $c > 1$  et  $p, q > 0$ .

(a) Montrez que  $d = \log_c(q)$ . [2]

(b) Soit  $p = c^2$  et  $q = c^3$ . Trouvez la valeur de  $\sum_{n=1}^{20} u_n$ . [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

### Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

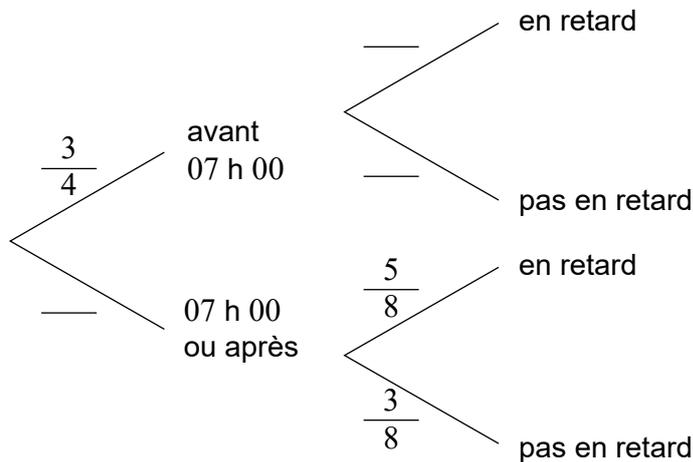
8. [Note maximale : 14]

Pablo se rend au travail en voiture. La probabilité qu'il quitte la maison avant 07 h 00 est de  $\frac{3}{4}$ .

S'il quitte la maison avant 07 h 00, la probabilité qu'il soit en retard au travail est de  $\frac{1}{8}$ .

S'il quitte la maison à 07 h 00 ou après, la probabilité qu'il soit en retard au travail est de  $\frac{5}{8}$ .

(a) **Recopiez** et complétez le diagramme en arbre suivant. [3]



(b) Trouvez la probabilité que Pablo quitte la maison avant 07 h 00 et qu'il soit en retard au travail. [2]

(c) Trouvez la probabilité que Pablo soit en retard au travail. [3]

(d) Sachant que Pablo est en retard au travail, trouvez la probabilité qu'il ait quitté la maison avant 07 h 00. [3]

(e) Au cours de la semaine prochaine, Pablo se rendra en voiture au travail deux jours. Trouvez la probabilité qu'il soit au moins une fois en retard. [3]

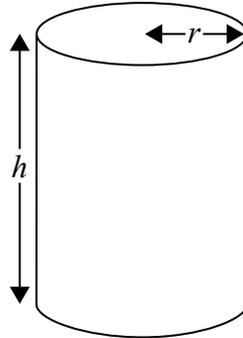


N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 15]

Une boîte en métal, cylindrique et fermée, de rayon égal à  $r$  centimètres et de hauteur égale à  $h$  centimètres possède un volume de  $20\pi \text{ cm}^3$ .

la figure n'est pas à l'échelle



(a) Exprimez  $h$  en fonction de  $r$ . [2]

Le métal pour la base et le couvercle de la boîte coûte 10 cents le  $\text{cm}^2$  et le métal pour le côté incurvé coûte 8 cents le  $\text{cm}^2$ . Le coût total du métal, en cents, est  $C$ .

(b) Montrez que  $C = 20\pi r^2 + \frac{320\pi}{r}$ . [4]

(c) Sachant qu'il existe une valeur minimale pour  $C$ , trouvez cette valeur minimale en fonction de  $\pi$ . [9]



12EP11

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

10. [Note maximale : 16]

Considérez une fonction  $f$ . La droite  $L_1$  d'équation  $y = 3x + 1$  est une tangente à la représentation graphique de  $f$  lorsque  $x = 2$ .

(a) (i) Écrivez  $f'(2)$ .

(ii) Trouvez  $f(2)$ .

[4]

Soit  $g(x) = f(x^2 + 1)$  et P le point sur la représentation graphique de  $g$  où  $x = 1$ .

(b) Montrez que la représentation graphique de  $g$  a une pente de 6 au point P.

[5]

(c) Soit  $L_2$  la tangente à la représentation graphique de  $g$  au point P.  $L_1$  coupe  $L_2$  au point Q. Trouvez l'ordonnée de Q.

[7]

